

# 计及参数不确定性的卫星太阳能帆板的柔性多体动力学研究\*

何柏岩 王树新

金国光

天津大学机械工程学院, 天津 300072

北京航空航天大学机器人研究所, 北京 100083

**摘要** 应用固定界面子结构法进行柔性多体系统动力学建模, 讨论了系统参数的不确定性问题, 并采用 Monte-Carlo 方法进行随机参数建模. 以国产某型号卫星为例, 考虑四块帆板的柔性, 对伸展机构进行了柔性多体动力学建模与仿真. 得到了帆板的变形、大范围运动等动力学参量, 为卫星帆板的设计提供了一定的理论依据.

**关键词** 太阳能帆板 柔性多体动力学 不确定性 仿真

多体系统是指多个物体通过一定的方式相互连接构成的系统, 系统中的物体可以是刚体, 也可以是柔体, 常用的建模方法有 R/W 方法、N/E 方法、变分方法和 Kane 方法<sup>[1,2]</sup>等. 随着机械系统向高速、轻质和高精度方向发展和航天领域中飞行稳定性、姿态控制、交会对接等方面的需求, 多刚体系统已经不能满足设计要求. 部件在自身变形运动的同时, 在空间经历着大范围的刚体运动, 两者相互影响, 强烈耦合. 因此柔性多体动力学是经典动力学、连续介质力学、计算力学等多学科交叉的边缘新学科<sup>[3]</sup>.

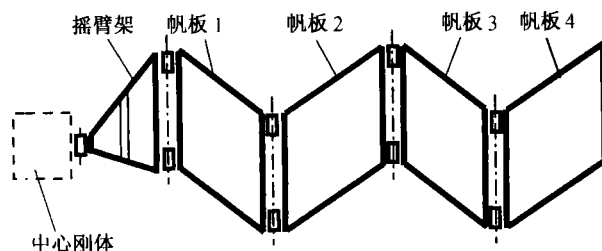


图1 太阳能帆板结构简图

工程系统建模一般有两类方法: (1) 确定性模型. (2) 随机模型. 随机模型正视系统参数的不确定性, 如: 由于制造, 装配产生的尺寸误差、受环境因素影响的物理参数等, 从统计意义上给出系统的反应量. 因而较确定性模型更能反映系统的真实特性. 卫星太阳能帆板工作于微重力或无重力环境

中, 进行地面试验比较困难, 而且在设计时必须考虑其柔性变形. 因此, 模型分析和仿真计算就变得尤为重要. 在考虑系统参数不确定性的前提下, 本文对国产某型号卫星的太阳能帆板展开机构进行了柔性多体系统动力学仿真计算. 图1为太阳能帆板的结构简图, 由于结构具有对称性, 所以只需要研究一侧的帆板. 其中, 中心刚体和摇臂架为刚体, 帆板1~4为柔性体. 卫星入轨前, 帆板处于折叠状态, 入轨后, 帆板在作用在摇臂架上的扭簧力矩作用下展开, 卫星帆板通过 CCL 同步机构使得摇臂架和四块帆板的展开角速度时刻相等.

## 1 卫星帆板的柔性多体动力学建模

### 1.1 坐标系的选择及系统描述

如图2所示, 惯性参考系  $R(O-X_1X_2X_3)$  中的  $n$  个矩形板  $B_1, B_2, \dots, B_k, \dots, B_n$  组成一个多柔体系

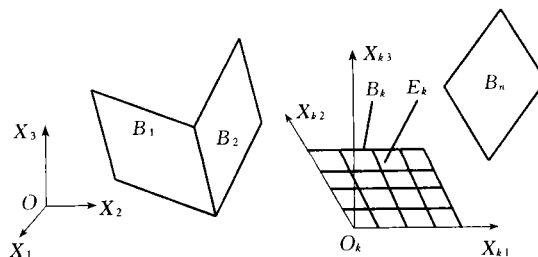


图2 矩形板多体系统描述

2002-11-05 收稿, 2002-12-16 收修改稿

\* 国家自然科学基金(批准号: 59905019)资助项目

E-mail: hebaiyan@163.com

统. 其拓扑结构可用 Huston 低序体阵列<sup>[4]</sup>描述. 坐标系  $R_k(O_k-X_{k1}X_{k2}X_{k3})$  为固结于  $B_k$  体的浮动坐标系, 用以描述矩形板的弹性变形,  $b_{k1}, b_{k2}, b_{k3}$  分别为平行于  $O_kX_{k1}, O_kX_{k2}, O_kX_{k3}$  的单位向量.

### 1.2 柔性帆板的离散化

柔性多体系统本质上含有无限自由度, 为适应计算机数值计算的要求, 必须大幅度缩减自由度数目. 模态综合技术与有限元法结合, 是进行柔性多体系统离散化和建模的常用方法<sup>[5]</sup>.

#### 1.2.1 固定界面动态子结构法

固定界面法中常用的是 Craig 法<sup>[6,7]</sup>. Craig 法的基本思想是将子结构的自由度划分为内部自由度和界面自由度. 首先对固定界面自由度进行模态分析得到正则主模态; 然后逐个对界面自由度施加单位位移, 而其他界面自由度固定, 这样得到和界面自由度数目相等的静模态.

$$u = \begin{bmatrix} u_B \\ u_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_C \\ q_N \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中  $u$  为柔性体的变形,  $u_B$  为界面自由度,  $u_I$  为内部自由度,  $I, 0$  分别为单位矩阵和  $0$  矩阵,  $\Phi_{IC}$  为约束模态下的内部结点物理位移,  $\Phi_{IN}$  为正则模态下的内部结点的物理位移,  $q_C$  为约束模态坐标,  $q_N$  为固定界面主模态坐标.

对应于 Craig 法的广义刚度矩阵和广义质量矩阵分别为

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BI} \\ K_{IB} & K_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{BB} & M_{BI} \\ M_{IB} & M_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Phi_{IC} & \Phi_{IN} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中,  $I, B, N, C$  分别表示内部自由度, 界面自由度, 主模态和约束模态. “ $\hat{\cdot}$ ” 表示相应的广义量. Craig 固定界面法直接应用于柔性多体动力学分析还存在一些问题. (1) 固定界面法中包含了刚体模态, 必要时需要去除; (2) 为适合柔性多体系统动力学分析, 必须进一步缩聚系统的自由度数目. 对 Craig 法进行一定的数学运算即可解决以上问题. 求解如下广义特征值问题

$$\hat{K}\hat{q} = \lambda\hat{M}\hat{q}, \quad (4)$$

得到特征值组成的对角阵  $\Lambda$  和特征向量矩阵  $H$ , 且

有如下正交关系

$$H^T \hat{M} H = I, H^T \hat{K} H = \Lambda, \quad (5)$$

$$\text{作变换 } q = H\hat{q}, \quad (6)$$

通过模态叠加得到

$$u = \Phi q = \Phi H \hat{q} = \hat{\Phi} \hat{q}. \quad (7)$$

#### 1.2.2 单元内任意一点的位移表达

为得到比较精确的位移表达, 对矩形板采用 4 结点的矩形板单元, 并把每个单元视为平面矩形单元何矩形板弯曲单元的合成. 因而, 每个单元有 20 个自由度. 通过固定界面动态子结构法已经求出了各个结点的位移, 它们均以模态坐标的形式表达, 下面进一步需要求出任意单元  $E_k$  内任意一点  $P$  的位移表达.

$$\begin{cases} u_{k1} = N_1^k B^{E_k} \delta^k = N_1^k B^{E_k} \hat{\Phi}^k \hat{q}^k = \bar{N}_1^k \hat{q}^k \\ u_{k2} = N_2^k B^{E_k} \delta^k = N_2^k B^{E_k} \hat{\Phi}^k \hat{q}^k = \bar{N}_2^k \hat{q}^k \\ u_{k3} = N_3^k B^{E_k} \delta^k = N_3^k B^{E_k} \hat{\Phi}^k \hat{q}^k = \bar{N}_3^k \hat{q}^k \end{cases}, \quad (8)$$

$$\bar{N}_i^k = N_i^k B^{E_k} \hat{\Phi}^k, (i = 1, 2, 3). \quad (9)$$

式中,  $u_{k1}, u_{k2}, u_{k3}$  分别为  $P$  点沿  $OX_1, OX_2, OX_3$  方向的变形,  $N_1^k, N_2^k, N_3^k$  分别为对应于  $u_{k1}, u_{k2}, u_{k3}$  的单元形函数矩阵, 其具体表达式见文献 [8].  $\delta^{E_k}$  为单元结点位移列阵, 维数为  $20 \times 1$ ,  $\delta^k$  为  $B_k$  体所以结点位移组成的  $5M_k \times 1$  阶列阵 ( $M_k$  为  $B_k$  体的结点总数),  $B^{E_k}$  为单元  $E_k$  的结点定位矩阵.

### 1.3 柔性帆板的运动学

如图 3 所示为帆板多体系统中的一个柔性帆板,  $O-X_1X_2X_3$  为总体坐标系,  $O_k-X_{k1}X_{k2}X_{k3}$  为固定在柔性体上的浮动坐标系. 柔性体(未变形时)任意一点  $P$  变形后的位置为  $P^*$ , 则有

$$u^k = u_0^k + u_f^k, \quad (10)$$

$$r^k = R^k + u^k, \quad (11)$$

$$r^k = R^k + A\bar{u}^k, \quad (12)$$

式中,  $u^k, u_0^k, u_f^k$  分别为  $O-X_1X_2X_3$  坐标系中  $P^*$  到  $O_k$  的矢量(即变形后  $P$  点的位置矢量)、 $P$  点的位置矢量和  $P$  点的变形矢量;  $R^k$  为  $O-X_1X_2X_3$  系中  $O_k$  点的位置矢量, 而  $\bar{u}^k$  为变形后  $P$  点在  $O_k-X_{k1}X_{k2}X_{k3}$  系中的位置矢量,  $A$  为  $O_k-X_{k1}X_{k2}X_{k3}$  系

到  $O-X_1X_2X_3$  系的变换矩阵.

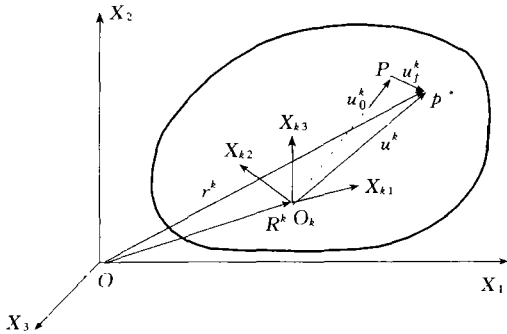


图 3 柔性体上任意点 P 的变形描述

P 点相对于惯性系 R 的速度为

$${}^R\mathbf{V}^P = {}^R\mathbf{V}^{O_k} + {}^R\boldsymbol{\Omega}^{R_k} \times \mathbf{u}^k + \sum_{i=1}^3 \dot{u}_{ki} \mathbf{b}_{ki}, \quad (13)$$

式中,  ${}^R\mathbf{V}^{O_k}$  为  $O_k$  点在惯性系 R 中的速度,  ${}^R\boldsymbol{\Omega}^{R_k}$  为坐标系  $R_k$  在惯性系 R 中的角速度.

$${}^R\mathbf{V}^{O_k} = V_{k1} \mathbf{b}_{k1} + V_{k2} \mathbf{b}_{k2} + V_{k3} \mathbf{b}_{k3}, \quad (14)$$

$${}^R\boldsymbol{\Omega}^{R_k} = W_{k1} \mathbf{b}_{k1} + W_{k2} \mathbf{b}_{k2} + W_{k3} \mathbf{b}_{k3}, \quad (15)$$

式中,  $V_{k1}, V_{k2}, V_{k3}$  和  $W_{k1}, W_{k2}, W_{k3}$  分别为  ${}^R\mathbf{V}^{O_k}, {}^R\boldsymbol{\Omega}^{R_k}$  沿坐标系  $R_k$  三个坐标轴的分量. 将 (8), (14), (15) 式代入 (13) 式得到  ${}^R\mathbf{V}^P$  的最终表达式, 这里从略.

对  ${}^R\mathbf{V}^P$  关于广义速率  $\dot{q}_i^k$  求偏导数 ( $\dot{q}_i^k$  为列向量  $\dot{\mathbf{q}}^k$  的第  $i$  个元素), 得到偏速度矢量

$${}^R\mathbf{V}_i^P = \frac{\partial {}^R\mathbf{V}^P}{\partial \dot{q}_i^k} = \bar{N}_{1i}^k \mathbf{b}_{k1} + \bar{N}_{2i}^k \mathbf{b}_{k2} + \bar{N}_{3i}^k \mathbf{b}_{k3}, \quad (16)$$

式中  $\bar{N}_{1i}^k, \bar{N}_{2i}^k, \bar{N}_{3i}^k$  分别表示  $\bar{\mathbf{N}}_1^k, \bar{\mathbf{N}}_2^k, \bar{\mathbf{N}}_3^k$  行向量的第  $i$  个元素.

P 点在惯性系 R 中的加速度为

$${}^R\mathbf{a}^P = \frac{{}^R d {}^R\mathbf{V}^P}{dt} = \frac{{}^{R_k} d {}^R\mathbf{V}^P}{dt} + {}^R\boldsymbol{\Omega}^{R_k} \times {}^R\mathbf{V}^P. \quad (17)$$

### 1.4 柔性帆板动力学

体  $B_k$  上之单元  $E_k$  对广义速率  $\dot{q}_i^k$  的广义惯性力为

$$E_k F_i^* = - \iint_{E_k} ({}^R\mathbf{V}_i^P \cdot {}^R\mathbf{a}^P) \rho_k h_k dx_{k1} dx_{k2}, \quad (18)$$

式中  $\rho_k$  为矩形板  $B_k$  的密度,  $h_k$  为其厚度.

将体  $B_k$  广义惯性力和广义主动力分别表为如下的列向量形式

$${}^k\mathbf{F}^* = [{}^kF_1^*, {}^kF_2^*, \dots, {}^kF_{N_k}^*]^T, \quad (19)$$

$${}^k\mathbf{F} = [{}^kF_1, {}^kF_2, \dots, {}^kF_{N_k}]^T, \quad (20)$$

体  $B_k$  广义惯性力为各单元广义惯性力之和,

$${}^kF_i^* = \sum_{B_k} E_k F_i^*, \quad (21)$$

体  $B_k$  结构弹性所对应的广义主动力为

$${}^k\mathbf{F} = [{}^kF_1, {}^kF_2, \dots, {}^kF_{N_k}]^T = - \hat{\Phi}^k T \mathbf{K}_{\text{STR}}^k \hat{\Phi}^k \hat{\mathbf{q}}^k, \quad (22)$$

式中,  $\mathbf{K}_{\text{STR}}^k$  为  $B_k$  体之有限元总体结构刚度矩阵. 由 Kane 方程可知, 对  $B_k$  体有

$${}^k\mathbf{F}^* + {}^k\mathbf{F} = \mathbf{0}, \quad (23)$$

经运算, 单块矩形帆板的动力学方程可表达为

$$\mathbf{M}^k \dot{\mathbf{q}}^k + \mathbf{C}^k \dot{\mathbf{q}}^k + \mathbf{K}^k \mathbf{q}^k = \mathbf{Q}^k, \quad (24)$$

$$\text{记 } \boldsymbol{\eta} = [\hat{q}_1^1, \dots, \hat{q}_{N_1}^1; \dots; \hat{q}_1^n, \dots, \hat{q}_{N_n}^n]^T, \quad (25)$$

最终得到如下规范形式的  $n$  块柔性矩形板动力学方程

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{Q}. \quad (26)$$

$\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}, \mathbf{Q}$  等具体表达式从略.

## 2 计及参数不确定性的帆板模型及其 Monte-Carlo 模拟

在工程系统分析中, 一般可分为确定性建模方法和不确定性建模方法(随机模型). 确定性模型不承认或者完全忽略了现实结构系统内部的变异性, 而随机模型则正视系统本身的不确定性因素, 采用随机方法建模, 从统计意义上给出分析结果. 因而, 随机模型更能反映系统的真实特性. 一般来说, 系统的随机因素主要体现在 4 个方面. (1) 材料特性的随机性. 由于制造环境、技术条件、材料的多相特征等因素, 使工程材料的横截面积、惯性矩、Poisson 比、质量、密度等具有随机特性. (2) 几何尺寸的随机性. 由于制造、安装误差使结构的

几何尺寸如梁、柱的面积、板的长、宽、高等具有随机性。(3)结构边界条件的随机性。如构件的连接边界的随机性。(4)结构物理性质的随机性。如阻尼、摩擦系数等。卫星工作于高真空、强辐射和较大温差变化环境下,其系统参数,如:扭簧摩擦系数、密度、几何尺寸等势必具有不确定性。因此有必要对其进行参数不确定性的建模。在建立了帆板的柔性多体动力学模型后,我们采用 Monte-Carlo 方法<sup>[9]</sup>进行随机参数的仿真。步骤如下:(1)分别选取矩形帆板的长、宽、高、密度、摩擦系数为不确定性参数。(2)根据中心极限定理,设它们均服从正态分布<sup>[10]</sup>(各参数的均值和方差见表1),进行随机参数抽样。(3)对每一个样本,按照帆板的柔性多体动力学方程进行仿真。(4)对所有样本的结果进行统计分析,计算出均值、方差等反应的统

计量。

表1 不确定性参数的均值和方差

	长度 /m	宽度 /m	厚度 /m	密度 / (kg·m <sup>-3</sup> )	摩擦系数 (nm·(°) <sup>-1</sup> )
均值	1.53	2.00	0.025	118.12	0.0067
方差	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01

### 3 仿真结果

帆板在驱动力矩作用下展开,当4块帆板和摇臂架处于同一平面内(即相互夹角等于180°)时,展开过程结束。随机模型可以计算出反应量(如变形、速度、加速度等)的均值和方差等统计量。限于篇幅,我们仅给出均值意义下的摇臂架大范围运动角位移和角速度曲线(图4)和4块帆板的中点沿垂直于帆板平面的变形曲线(图5)。

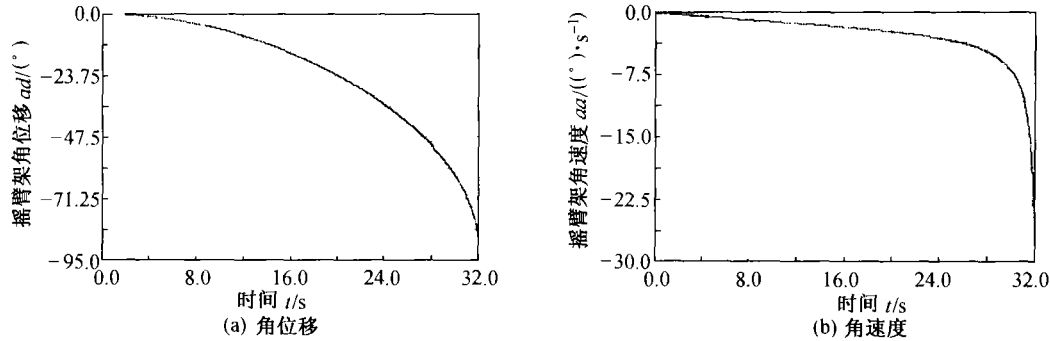


图4 均值意义下的摇臂架角位移、角速度曲线

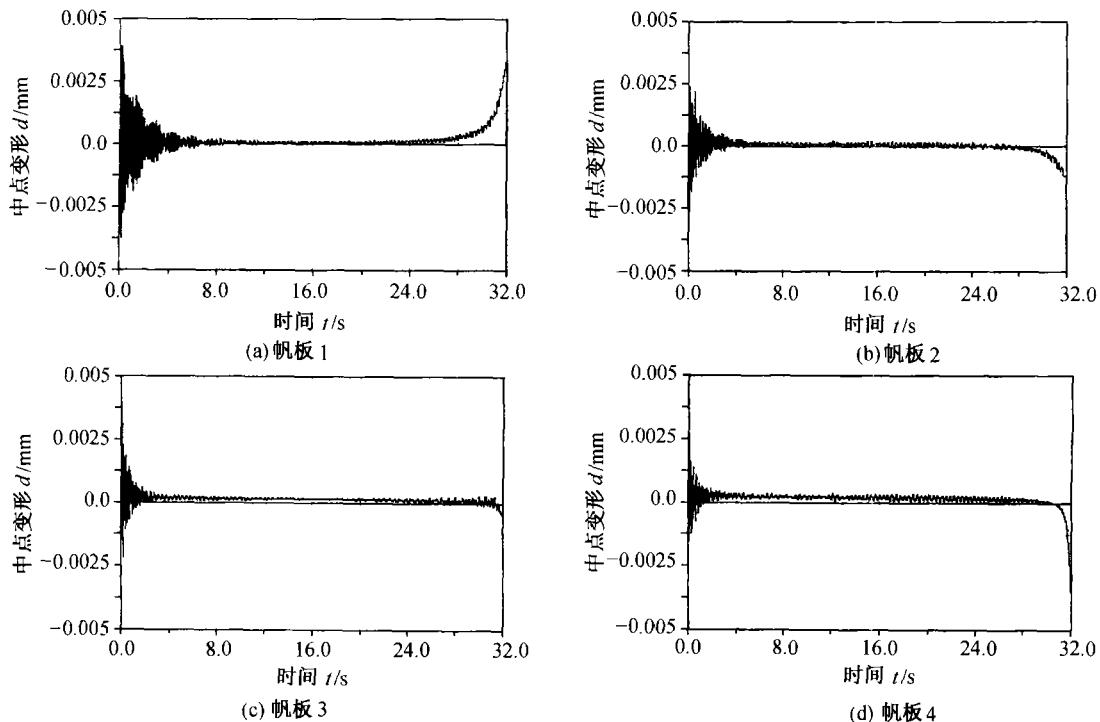


图5 均值意义下的帆板中点变形曲线

#### 4 结论

随机模型至少可以给出反应的前二阶矩信息,较确定性模型更加全面的反映了系统的真实特性.从对变形方差的影响效果来评判,5个不确定性参数的影响大小排序为:长度、厚度、摩擦系数、密度、宽度.仿真曲线表明,在帆板展开初期(0~6s)内侧板的变形大于外侧板,展开中期(6~30s)外侧帆板的变形大于内侧帆板,而在展开末期(30~32s)帆板1,4的变形均有增大的趋势,但方向相反.对它物理解释为:展开初期,突然施加扭簧力矩对帆板具有冲击作用,使内侧板的变形较大,随着时间的延续,冲击作用减小,外侧板由于是两点支撑,弹性变形加大;同时,由于帆板的角速度方向两两相反,所以变形的趋势也相反.在地面试验比较困难的情况下,应用随机模型和柔性多体动力学理论对卫星太阳能帆板建模具有重要的意义,可以预估设计缺陷,降低制造成本.

#### 参 考 文 献

1 Shabana A A. Flexible multibody dynamics: Review of past and re-

- cent developments. *Multibody System Dynamics*, 1997, 1: 189
- 2 Huston R L. Multibody dynamics-model and analysis methods. *Appl Mech Rev*, 1991, 44(3): 109
- 3 刘又午. 多体动力学的休斯顿方法及其应用. *中国机械工程*, 2000, 11(6): 601
- 4 休斯顿著, 刘又午译. 多体系统动力学(上册). 天津: 天津大学出版社, 1987. 86
- 5 Sunada W H, et al. On the dynamic analysis and behavior of industrial robotic manipulators with elastic members. *ASME J Mech, Trans, and Automation in Design*, 1983, 105(3): 42
- 6 Craig R R, et al. Coupling of substructures for dynamics analyses. *AIAA Journal*, 1968, 6(7): 1313
- 7 俞武勇, 等. 弹性构件的模态选择对机构动力分析的影响. *清华大学学报*, 2002, 42(2): 175
- 8 张国瑞. 有限元法. 北京: 机械工业出版社, 1989. 38
- 9 李 杰. 随机结构系统分析与建模. 北京: 科学出版社, 1996. 67
- 10 Rao S S, et al. Probabilistic approach to manipulator kinematics and dynamics. *Reliability Engineering and System Safety*, 2001, 72(8): 47

### 我国学者成功定位鼻咽癌易感基因

2002年度“中国高等学校十大科技进展”于近日揭晓.中山大学“鼻咽癌分子遗传学研究”榜上有名.该项研究成果是在国家自然科学基金、“863”和“973”等项目支持下,由中山大学肿瘤研究中心曾益新教授领导的科研小组在多年研究基础上取得的.

曾益新教授为1998年国家杰出青年科学基金获得者,多年来一直从事鼻咽癌易感基因的定位研究工作.他们建立了迄今为止国际上最大的鼻咽癌高发家系样品库,从广东、广西、湖南和江西等省共收集了132个鼻咽癌高发家系,并建立了1300多转化细胞株.选取其中32个讲广州方言的家系,通过全基因组扫描、精细定位和遗传连锁分析,成功地把鼻咽癌易感基因定位在4号染色体4p15.1~q12区域,这是鼻咽癌相关领域研究史上的突破.这一研究结果发表在国际权威杂志*Nature Genetics*上.

鼻咽癌在世界大多数国家并不常见,但在我国南方和东南亚,则是常见的恶性肿瘤.鼻咽癌易感基因的克隆有利于深入理解鼻咽癌及其他恶性肿瘤在遗传因素和环境因素共同作用下的发病机理,有利于对高危人群的预测和鼻咽癌早期诊断方法的建立;对鼻咽癌的早期发现、治疗和新型药物的设计都有所裨益,因而有巨大的学术意义和应用前景.

(供稿:董尔丹 徐岩英 叶鑫生)